Zadatak 021 (Mario, tehnička škola)

Ako je $f(x)=\sqrt{x^2-4\cdot x+4}+\sqrt{4\cdot x^2+4\cdot x+1}$, koliko je $f\left(1-\sqrt{2}\right)$?

Rješenje 021

Uoči da su izrazi pod korijenima kvadrati binoma:

$$f(x)=\sqrt{x^2-4\cdot x+4}+\sqrt{4\cdot x^2+4\cdot x+1}=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(2\cdot x+1)^2}=|x-2|+|2\cdot x+1|.$$

Računamo vrijednost funkcije:

$$f\left(1-\sqrt{2}\right)=\left|1-\sqrt{2}-2\right|+\left|2\cdot\left(1-\sqrt{2}\right)+1\right|=\left|-1-\sqrt{2}\right|+\left|2-2\cdot\sqrt{2}+1\right|=\left[|-x|=x\right]=$$

$$=\left|\underbrace{1+\sqrt{2}}_{+}\right|+\left|\underbrace{3-2\cdot\sqrt{2}}_{+}\right|=1+\sqrt{2}+3-2\cdot\sqrt{2}=4-\sqrt{2}.$$

Vježba 021

Ako je $f(x)=\sqrt{x^2-2\cdot x+1}+\sqrt{x^2+2\cdot x+1}$, koliko je $f\left(\sqrt{3}-2\right)$?

Rezultat: $f(x)=|x-1|+|x+1| \Rightarrow f\left(\sqrt{3}-2\right)=2.$

Zadatak 022 (Josip, tehnička škola)

Riješi nejednadžbu: $x\cdot|x|-4\cdot x<0.$

Rješenje 022

$$x\cdot|x|-4\cdot x<0 \Rightarrow x\cdot\left(|x|-4\right)<0.$$

1.slučaj

Umnožak je negativan ako je prvi faktor pozitivan, a drugi negativan:

$$\left.\begin{matrix}x>0\\|x|-4<0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{po definiciji}\\x>0 \Rightarrow |x|=x\end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix}x>0\\x-4<0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}x>0\\x<4\end{matrix}\right\} \Rightarrow x\in\langle 0, 4\rangle.$$

2.slučaj

Umnožak je negativan ako je prvi faktor negativan, a drugi pozitivan:

$$\left.\begin{matrix}x<0\\|x|-4>0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix}\text{po definiciji}\\x<0 \Rightarrow |x|=-x\end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix}x<0\\-x-4>0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}x<0\\-x-4>0 \;/\cdot(-1)\end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix}x<0\\x+4<0\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix}x<0\\x<-4\end{matrix}\right\} \Rightarrow x\in\langle -\infty, -4\rangle.$$

Rješenje nejednadžbe je: $x\in\langle -\infty, -4\rangle \cup \langle 0, 4\rangle.$

Vježba 022

Riješi nejednadžbu: $x\cdot|x|-3\cdot x<0.$

Rezultat: $x\in\langle -\infty, -3\rangle \cup \langle 0, 3\rangle.$

Zadatak 023 (Nana, hotelijerska škola)

Koliko različitih rješenja na skupu N ima nejednadžba $\frac{|x|-1}{|x|+1}\le\frac{1}{3}$?

Rješenje 023

$$\frac{|x|-1}{|x|+1}\le\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{|x|-1}{|x|+1}\le\frac{1}{3} \;/\cdot 3\cdot\left(|x|+1\right) \Rightarrow 3\cdot\left(|x|-1\right)\le|x|+1 \Rightarrow 3\cdot|x|-3\le|x|+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot|x|-|x|\le 1+3 \Rightarrow 2\cdot|x|\le 4 \;/:2 \Rightarrow |x|\le 2 \Rightarrow -2\le x\le 2 \Rightarrow x\in[-2, 2].$$

U tom segmentu prirodni brojevi su 1 i 2, dakle, postoje dva rješenja.

Vježba 023

Koliko različitih rješenja na skupu N ima nejednadžba $\frac{|x|-1}{|x|+2} \le \frac{1}{2}$?

Rezultat: Ima četiri rješenja.

Zadatak 024 (Ivan, tehnička škola)

Pojednostavnite $\sqrt{x+2\cdot\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\cdot\sqrt{x-1}}$, ako je $x \le 2$.

Rješenje 024

Ako uvedemo supstituciju $y^2 = x - 1$, onda je $x = y^2 + 1$. Iz uvjeta $x \le 2$ slijedi:

$$x \le 2 \Rightarrow y^2+1 \le 2 \Rightarrow y^2 \le 1 \Rightarrow |y| \le 1.$$

Tada zadani izraz postaje:

$$\sqrt{x+2\cdot\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\cdot\sqrt{x-1}}=\sqrt{y^2+1+2\cdot\sqrt{y^2}}+\sqrt{y^2+1-2\cdot\sqrt{y^2}}=\sqrt{y^2+1+2\cdot y}+\sqrt{y^2+1-2\cdot y}=$$

$$=\sqrt{(y+1)^2}+\sqrt{(y-1)^2}=|\underbrace{y+1}_{+}|+|\underbrace{y-1}_{-}|=y+1-(y-1)=y+1-y+1=2.$$

Vježba 024

Pojednostavnite $\sqrt{x+2\cdot\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\cdot\sqrt{x-1}}$, ako je $x \le 2$.

Rezultat: 2y.

Zadatak 025 (1A, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu: $|2\cdot x-4|-5=11.$

Rješenje 025

$$|2\cdot x-4|-5=11 \Rightarrow |2\cdot x-4|=11+5 \Rightarrow |2\cdot x-4|=16 \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2\cdot x-4=16\\2\cdot x-4=-16\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2\cdot x=16+4\\2\cdot x=-16+4\end{array}\right\} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}2\cdot x=20 \;/:2\\2\cdot x=-12 \;/:2\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x_1=10\\x_2=-6\end{array}\right\}.$$

Vježba 025

Riješi jednadžbu: $|2\cdot x-4|-11=5.$

Rezultat: $x_1=10\ ,\ x_2=-6.$

Zadatak 026 (Vedrana, gimnazija)

Koje su sve vrijednosti realnog broja m za koje sva rješenja jednadžbe $\frac{x-m}{m}-\frac{x+m}{x-m}=\frac{x+1}{m}$ zadovoljavaju uvjet $|x| \le 1$?

Rješenje 026

Riješimo jednadžbu po nepoznanici x:

$$\frac{x-m}{m}-\frac{x+m}{x-m}=\frac{x+1}{m} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{diskusija}\\ m\ne 0\ ,\ x\ne m\end{array}\right] \Rightarrow \frac{x-m}{m}-\frac{x+1}{m}=\frac{x+m}{x-m} \Rightarrow \frac{x-m-x-1}{m}=\frac{x+m}{x-m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-m-1}{m}=\frac{x+m}{x-m} \Rightarrow \frac{m+1}{-m}=\frac{x+m}{x-m} \Rightarrow (m+1)\cdot(x-m)=-m\cdot(x+m) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\cdot x-m^2+x-m=-m\cdot x-m^2 \Rightarrow m\cdot x+x+m\cdot x=m \Rightarrow 2\cdot m\cdot x+x=m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(2\cdot m+1)=m \Rightarrow x=\frac{m}{2\cdot m+1}.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{m}{2\cdot m+1} \\ |x|\le 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\frac{m}{2\cdot m+1}\right|\le 1 \Rightarrow \frac{|m|}{|2\cdot m+1|}\le 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m\ne -\dfrac{1}{2}\ ,\ \text{množenje je} \\ \text{moguće jer je } |2\cdot m+1|>0 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|m|}{|2\cdot m+1|}\le 1\ /\cdot|2m+1| \Rightarrow |m|\le|2\cdot m+1|.$$

Nađemo nultočke oba izraza pod znakom apsolutne vrijednosti (modula):

$$\left.\begin{array}{l} m=0 \\ 2\cdot m+1=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right\}.$$

Točke $m=0$ i $m=-\frac{1}{2}$ karakteristične su točke nejednadžbe $|m|\le|2\cdot m+1|$.

Nakon toga formiramo tablicu.

	$-\infty$ do $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ do 0	0	0 do $+\infty$
m	-		-	●	+
$2\cdot m+1$	-	o	+		+

Uzimamo brojeve iz intervala

$$\left\langle -\infty,\ -\frac{1}{2}\right\rangle,\ \left\langle -\frac{1}{2},\ 0\right\rangle,\ \left\langle 0,\ +\infty\right\rangle$$

pa provjeravamo predznake izraza m i 2 · m + 1 u tim intervalima, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

	$-\infty$ do $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ do 0	0 do $+\infty$
m	–	–	● +
2 · m + 1	– O	+	+
|m| ≤ |2 · m + 1|	$-m\le -2\cdot m-1$ $-m+2\cdot m\le -1$ $m\le -1$ $m\in\left\langle -\infty,\ -1\right]$	$-m\le 2\cdot m+1$ $-m-2\cdot m\le 1$ $-3\cdot m\le -1\ /:(-3)$ $m\ge -\frac{1}{3}$ $m\in\left[-\frac{1}{3},\ 0\right]$	$m\le 2\cdot m+1$ $m-2\cdot m\le 1$ $-m\le 1\ /\cdot(-1)$ $m\ge -1$ $m\in\left[0,\ +\infty\right\rangle$

Konačno rješenje je:

$$m\in\left\langle -\infty,\ -1\right]\cup\left[-\frac{1}{3},\ 0\right]\cup\left[0,\ +\infty\right\rangle \Rightarrow m\in\left\langle -\infty,\ -1\right]\cup\left[-\frac{1}{3},\ +\infty\right\rangle.$$

Vježba 026

Koje su sve vrijednosti realnog broja m za koje sva rješenja jednadžbe $\frac{x-m}{m}-\frac{x+m}{x-m}=\frac{x+1}{m}$ zadovoljavaju uvjet x = 1?

Rezultat: m = – 1.

Zadatak 027 (Anamarija, hotelijerska škola)

Odredite skup rješenja nejednadžbe: $\sqrt[3]{x^3}+|x|+x<0.$

Rješenje 027

Ponovimo!

$$|x|=x \text{ za } x\ge 0 \quad , \quad |x|=-x \text{ za } x<0.$$

Transformirajmo (pojednostavnimo) zadanu nejednadžbu:

$$\sqrt[3]{x^3}+|x|+x<0 \Rightarrow x+|x|+x<0 \Rightarrow 2\cdot x+|x|<0.$$

Promatramo dva slučaja:

1.slučaj

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0 \Rightarrow |x|=x \\ 2\cdot x+|x|<0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\cdot x+x<0 \Rightarrow 3\cdot x<0 \;/:3 \Rightarrow x<0 \;(\text{nije moguće}).$$

2.slučaj

$$\left.\begin{array}{l} x<0 \Rightarrow |x|=-x \\ 2\cdot x+|x|<0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\cdot x-x<0 \Rightarrow x<0 \Rightarrow x\in\langle -\infty, 0\rangle \;(\text{rješenje}).$$

Vježba 027

Odredite skup rješenja nejednadžbe: $\sqrt[5]{x^5}+|x|+x<0.$

Rezultat: $x\in\langle -\infty, 0\rangle$ (rješenje).

Zadatak 028 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koliko rješenja ima jednadžba: $\big|2-\big|1-|x|\big|\big|=1?$

Rješenje 028

Ponovimo!

$$|x|=x \text{ za } x\ge 0 \quad , \quad |x|=-x \text{ za } x<0 \quad , \quad |x|=a \;,\; a>0 \Rightarrow x_1=a \;,\; x_2=-a.$$

$$\big|2-\big|1-|x|\big|\big|=1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2-\big|1-|x|\big|=1 \\ 2-\big|1-|x|\big|=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\big|1-|x|\big|=1-2 \\ -\big|1-|x|\big|=-1-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\big|1-|x|\big|=-1 \;/\cdot(-1) \\ -\big|1-|x|\big|=-3 \;/\cdot(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \big|1-|x|\big|=1 \\ \big|1-|x|\big|=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1-|x|=1 \\ 1-|x|=-1 \\ 1-|x|=3 \\ 1-|x|=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -|x|=1-1 \\ -|x|=-1-1 \\ -|x|=3-1 \\ -|x|=-3-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -|x|=0 \;/\cdot(-1) \\ -|x|=-2 \;/\cdot(-1) \\ -|x|=2 \;/\cdot(-1) \\ -|x|=-4 \;/\cdot(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} |x|=0 \\ |x|=2 \\ |x|=-2 \;\text{ nema smisla} \\ |x|=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=2 \;,\; x_3=-2 \\ x_4=4 \;,\; x_5=-4 \end{array}\right\}.$$

Jednadžba ima 5 rješenja.

Vježba 028

Koliko rješenja ima jednadžba: $\big|1-|x|\big|=1?$

Rezultat: Jednadžba ima 3 rješenja.

Zadatak 029 (Ivica, srednja škola)

Riješi jednadžbu $\big|\,|x|-3\,\big|=1.$

Rješenje 029

Ponovimo!

Definicija apsolutne vrijednosti (modula) realnog broja x glasi:

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Zapamti!

$$|x| = a,\ a > 0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = a \\ x_2 = -a \end{matrix}\right\}.$$

$$\big||x| - 3\big| = 1 \Rightarrow \left.\begin{matrix} |x| - 3 = 1 \\ |x| - 3 = -1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} |x| = 1 + 3 \\ |x| = -1 + 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} |x| = 4 \\ |x| = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_{1,2} = \pm 4 \\ x_{3,4} = \pm 2 \end{matrix}\right\}.$$

Vježba 029

Riješi jednadžbu $\big||x| - 2\big| = 1$.

Rezultat: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$.

Zadatak 030 (Željka, srednja škola)

Riješi jednadžbu $|x + 3| - |3 \cdot x + 5| = 0$.

Rješenje 030

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Ako je $|a| = |b|$, onda je $a = b$ ili $a = -b$. Zato imamo ove dvije mogućnosti:

$$|x+3| - |3 \cdot x + 5| = 0 \Rightarrow |x+3| = |3 \cdot x + 5| \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + 3 = 3 \cdot x + 5 \\ x + 3 = -(3 \cdot x + 5) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x + 3 = 3 \cdot x + 5 \\ x + 3 = -3 \cdot x - 5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x - 3 \cdot x = 5 - 3 \\ x + 3 \cdot x = -5 - 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -2 \cdot x = 2 \\ 4 \cdot x = -8 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -2 \cdot x = 2 \ /:(-2) \\ 4 \cdot x = -8 \ /:4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{matrix}\right\}.$$

Vježba 030

Riješi jednadžbu $|x + 1| - |3 \cdot x + 7| = 0$.

Rezultat: $x_1 = -3$, $x_2 = -2$.

Zadatak 031 (Željka, srednja škola)

Skrati razlomak: $\dfrac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a + 2| - a^2 + 4}$.

Rješenje 031

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y).$$

$$\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot|a+2|-a^2+4}.$$

Izraz pod znakom apsolutne vrijednosti ili modula izjednačimo s nulom i riješimo dobivenu jednadžbu:

$$a+2=0 \Rightarrow a=-2.$$

Točka s koordinatom – 2 dijeli brojevni pravac, $\langle -\infty, +\infty\rangle$, na dva intervala:

1. slučaj	2. slučaj
$a<-2$	$a>-2$
$a\in\langle -\infty, -2\rangle$	$a\in\langle -2, +\infty\rangle$

Uočimo da ne smije biti

$$a\le -2 \quad , \quad a\ge -2$$

jer bi onda nazivnik u izrazu

$$\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot|a+2|-a^2+4}$$

za a = – 2 bio jednak nuli.

S nulom se ne može dijeliti!

Sada možemo računati:

1. slučaj

$a+2>0 \Rightarrow a>-2 \Rightarrow |a+2|=a+2$

$$\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot|a+2|-a^2+4}=\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot(a+2)-a^2+4}=\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a^2+2\cdot a-a^2+4}=\frac{a\cdot\left(a^2+a-2\right)}{a^2+2\cdot a-a^2+4}=\frac{a\cdot\left(a^2-1+a-1\right)}{2\cdot a+4}=$$

$$=\frac{a\cdot\left((a-1)\cdot(a+1)+(a-1)\right)}{2\cdot(a+2)}=\frac{a\cdot(a-1)\cdot(a+1+1)}{2\cdot(a+2)}=\frac{a\cdot(a-1)\cdot(a+2)}{2\cdot(a+2)}=\frac{a\cdot(a-1)\cdot(a+2)}{2\cdot(a+2)}=\frac{a\cdot(a-1)}{2}.$$

2. slučaj

$a+2<0 \Rightarrow a<-2 \Rightarrow |a+2|=-(a+2)=-a-2$

$$\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot|a+2|-a^2+4}=\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{a\cdot(-a-2)-a^2+4}=\frac{a^3+a^2-2\cdot a}{-a^2-2\cdot a-a^2+4}=\frac{a\cdot\left(a^2+a-2\right)}{-2\cdot a^2-2\cdot a+4}=$$

$$=\frac{a\cdot\left(a^2+a-2\right)}{-2\cdot\left(a^2+a-2\right)}=\frac{a\cdot\left(a^2+a-2\right)}{-2\cdot\left(a^2+a-2\right)}=-\frac{a}{2}.$$

Vježba 031

Skrati razlomak: $\dfrac{2\cdot a-a^2-a^3}{a^2-a\cdot|a+2|-4}.$

Rezultat: $\left.\begin{array}{l}\dfrac{a\cdot(a-1)}{2}\ ,\ a>-2\\ -\dfrac{a}{2}\ ,\ a<-2\end{array}\right\}.$

Zadatak 032 (Željka, srednja škola)

Skrati razlomak: $\dfrac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}.$

Rješenje 032

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je $|x| = -x$.

$$x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y).$$

$$\frac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}.$$

Izraze pod znakom apsolutne vrijednosti ili modula izjednačimo s nulom i riješimo dobivene jednadžbe:

$$\left.\begin{array}{l} m-3=0 \\ m=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m=3 \\ m=0 \end{array}\right\} \Rightarrow m_1=0 \text{ i } m_2=3.$$

Točke s koordinatama 0 i 3 dijeli brojevni pravac, $\langle -\infty, +\infty\rangle$, na tri intervala:

1. slučaj	2. slučaj	3. slučaj
$m<0$	$0<m<3$	$m>3$
$m\in\langle -\infty, 0\rangle$	$m\in\langle 0, 3\rangle$	$m\in\langle 3, +\infty\rangle$

Uočimo da ne smije biti

$$m\le 0 \quad , \quad 0\le m\le 3 \quad , \quad m\ge 3$$

jer bi onda nazivnik u izrazu

$$\frac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}$$

za m = 0 i m = 3 bio jednak nuli.

S nulom se ne može dijeliti!

Sada možemo računati:

1. slučaj

$$m<0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} |m-3|=-(m-3)=-m+3 \\ |m|=-m \end{array}\right\}$$

$$\frac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}=\frac{m\cdot(-m+3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot(-m)}=\frac{m\cdot(-m+3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot(-m)}=\frac{-m+3}{\left(m^2-m-6\right)\cdot(-1)}=-\frac{-m+3}{m^2-m-6}=$$

$$=\frac{m-3}{m^2-m-6}=\frac{m-3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=\frac{m-3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=\frac{m-3}{m\cdot(m-3)+2\cdot(m-3)}=$$

$$=\frac{m-3}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{m-3}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{1}{m+2}.$$

2. slučaj

$$0<m<3 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} |m-3|=-(m-3)=-m+3 \\ |m|=m \end{array}\right\}$$

$$\frac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}=\frac{m\cdot(-m+3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot m}=\frac{m\cdot(-m+3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot m}=\frac{-m+3}{m^2-m-6}=\frac{-m+3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=$$

$$=\frac{-m+3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=\frac{-m+3}{m\cdot(m-3)+2\cdot(m-3)}=\frac{-m+3}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{-(m-3)}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{-(m-3)}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{-1}{m+2}.$$

3. slučaj

$$m>3 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} |m-3|=m-3 \\ |m|=m \end{array}\right\}$$

$$\frac{m\cdot|m-3|}{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}=\frac{m\cdot(m-3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot m}=\frac{m\cdot(m-3)}{\left(m^2-m-6\right)\cdot m}=\frac{m-3}{m^2-m-6}=\frac{m-3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=$$

$$=\frac{m-3}{m^2-3\cdot m+2\cdot m-6}=\frac{m-3}{m\cdot(m-3)+2\cdot(m-3)}=\frac{m-3}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{m-3}{(m-3)\cdot(m+2)}=\frac{1}{m+2}.$$

Vježba 032

Skrati razlomak: $\frac{\left(m^2-m-6\right)\cdot|m|}{m\cdot|m-3|}.$

Rezultat: $\left.\begin{array}{l} m+2\ ,\ m<0 \\ -m-2\ ,\ 0<m<3 \\ m+2\ ,\ m>3 \end{array}\right\}.$

Zadatak 033 (Kruno, srednja škola)

Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{x^2-6\cdot x+9}-\sqrt{x^2+6\cdot x+9}$. Koliko je f(x) za $-3<x<3$?

Rješenje 033

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x,\ x\ge 0 \\ -x,\ x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \ge 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2}=|a|.$$

$$f(x)=\sqrt{x^2-6\cdot x+9}-\sqrt{x^2+6\cdot x+9} \Rightarrow f(x)=\sqrt{(x-3)^2}-\sqrt{(x+3)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=|x-3|-|x+3| \Rightarrow [-3<x<3] \Rightarrow f(x)=-(x-3)-(x+3) \Rightarrow f(x)=-x+3-x-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=-x+3-x-3 \Rightarrow f(x)=-2\cdot x.$$

Vježba 033

Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{x^2-6\cdot x+9}+\sqrt{x^2+6\cdot x+9}$. Koliko je f(x) za $-3<x<3$?

Rezultat: 6.

Zadatak 034 (Kruno, srednja škola)

Koliko je $\sqrt{x^2-4\cdot x+4}$ za $x\le 2$?

Rješenje 034

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj | x | koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi | x | = x.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je | x | = – x.

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2}=|a|.$$

$$\sqrt{x^2-4\cdot x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|=[\,x\le 2\,]=-(x-2)=-x+2.$$

Vježba 034

Koliko je $\sqrt{x^2-4\cdot x+4}$ za $x\ge 2$?

Rezultat: x – 2.

Zadatak 035 (Kruno, srednja škola)

Ako je $x<-1$ izračunajte $\left|1-\left|1-\left|1-x\right|\right|\right|$.

Rješenje 035

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj | x | koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi | x | = x.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je | x | = – x.

$$\left|1-\left|1-\left|1-x\right|\right|\right|=[\,x<-1\,]=\left|1-\left|1-\left|\underbrace{1-x}_{\text{pozitivno}}\right|\right|\right|=\left|1-\left|1-(1-x)\right|\right|=\left|1-\left|1-1+x\right|\right|=\left|1-\left|1-1+x\right|\right|=\left|1-\left|x\right|\right|=$$

$$=[\,x<-1\,]=\left|1-\left|\underbrace{x}_{\text{negativno}}\right|\right|=\left|1-(-x)\right|=\left|1+x\right|=[\,x<-1\,]=\left|\underbrace{1+x}_{\text{negativno}}\right|=-(1+x)=-1-x.$$

Vježba 035

Ako je $x>1$ izračunajte $\left|1+\left|1-x\right|\right|$.

Rezultat: x.

Zadatak 036 (Grigorij, srednja škola)

Riješi jednadžbu: $\left|\left|x+2\right|-\left|x-3\right|\right|+2\cdot x=1.$

Rješenje 036

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj | x | koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\ge 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi | x | = x.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Iz $x + 2 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

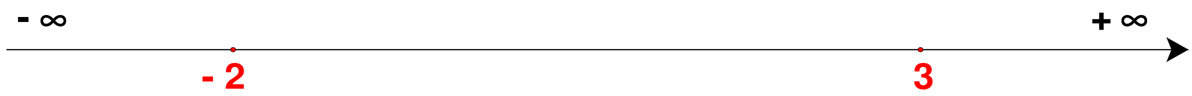
$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ KT}.$$

Iz $x - 3 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \text{ KT}.$$

Karakteristične točke $x = -2$, $x = 3$ dijele brojevni pravac na tri dijela:

$$x \le -2 \quad , \quad -2 \le x \le 3 \quad , \quad x \ge 3.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za $x \le -2$ izrazi $x + 2$ i $x - 3$ su negativni pa vrijedi:

$$|x+2| = -(x+2) = -x-2 \quad , \quad |x-3| = -(x-3) = -x+3.$$

Zato je:

$$\big||x+2|-|x-3|\big|+2\cdot x=1 \Rightarrow |-x-2+x-3|+2\cdot x=1 \Rightarrow |-x-2+x-3|+2\cdot x=1 \Rightarrow |-5|+2\cdot x=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5+2\cdot x=1 \Rightarrow 2\cdot x=1-5 \Rightarrow 2\cdot x=-4 \; /:2 \Rightarrow x=-2 \text{ je rješenje}.$$

Drugi slučaj

Za $-2 \le x \le 3$ izraz $x + 2$ je pozitivan, a izraz $x - 3$ je negativan pa vrijedi:

$$|x+2| = x+2 \quad , \quad |x-3| = -(x-3) = -x+3.$$

Zato je:

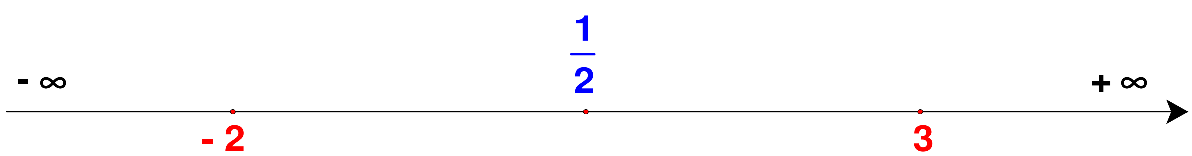
$$\big||x+2|-|x-3|\big|+2\cdot x=1 \Rightarrow |x+2+x-3|+2\cdot x=1 \Rightarrow |2\cdot x-1|+2\cdot x=1.$$

Iz $2 \cdot x - 1 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$2\cdot x-1=0 \Rightarrow 2\cdot x=1 \; /:2 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ KT}.$$

Karakteristična točka $x=\frac{1}{2}$ dijeli segment $[-2,\ 3]$ na dva dijela

$$-2 \le x \le \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{1}{2} \le x \le 3.$$



Treći slučaj

Za $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ izraz $2 \cdot x - 1$ je negativan pa vrijedi:

$$|2\cdot x-1| = -(2\cdot x-2) = -2\cdot x+1.$$

Zato je:

$$|2\cdot x-1|+2\cdot x=1 \Rightarrow -2\cdot x+1+2\cdot x=1 \Rightarrow -2\cdot x+1+2\cdot x=1 \Rightarrow 1=1.$$

Ako u nekom intervalu (segmentu) dobijemo identičku jednakost, onda su svi brojevi iz tog intervala (segmenta) rješenja jednadžbe. Znači da je rješenje:

$$x \in \left[-2,\ \frac{1}{2}\right].$$

Četvrti slučaj

Za $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ izraz 2 · x – 1 je pozitivan pa vrijedi:

$$|2 \cdot x - 1| = 2 \cdot x - 1.$$

Zato je:

$$|2 \cdot x - 1| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x - 1 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x + 2 \cdot x = 1 + 1 \Rightarrow 4 \cdot x = 2 \; /:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ je rješenje.}$$

Peti slučaj

Za $x \geq 3$ izrazi x + 2 i x – 3 su pozitivni pa vrijedi:

$$|x + 2| = x + 2 \quad , \quad |x - 3| = x - 3.$$

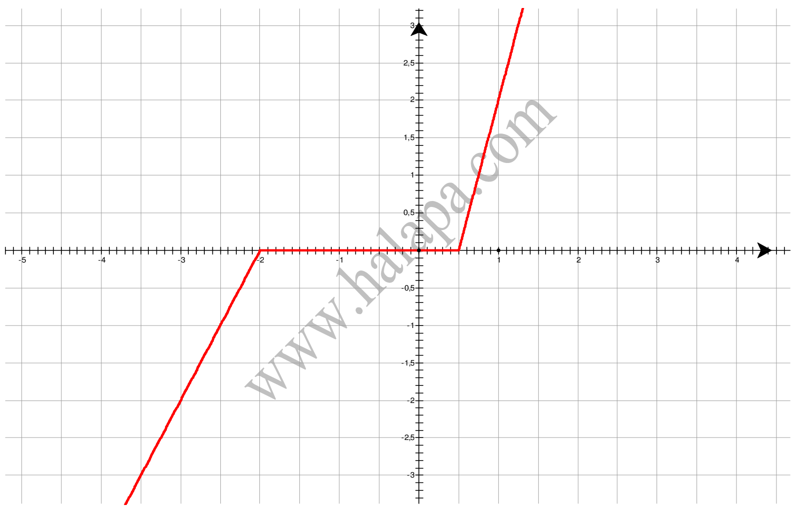
Zato je:

$$\big||x + 2| - |x - 3|\big| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |x + 2 - (x - 3)| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |x + 2 - x + 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |x + 2 - x + 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |5| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 5 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x = 1 - 5 \Rightarrow 2 \cdot x = -4 \; /:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -2 \text{ nije rješenje.}$$

Rješenje možemo dobiti i grafički, ako promatramo nultočke funkcije $f(x) = \big||x + 2| - |x - 3|\big| + 2 \cdot x - 1.$



Vježba 036

Riješi jednadžbu: $\big||x + 2| - |x - 3|\big| + 2 \cdot x = 0.$

Rezultat: – 2.5.

Zadatak 037 (Deny, maturant gimnazije)

Pojednostavni izraz: $\dfrac{\sqrt{a^2 - 6 \cdot a + 9}}{3 - a} + \dfrac{a^3 - 8}{\left(a^2 + 2 \cdot a + 4\right) \cdot \sqrt{a^2 - 4 \cdot a + 4}}.$

Rješenje 037

Ponovimo!

$$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 \quad , \quad \sqrt{x^2} = |x| \quad , \quad x^3 - y^3 = (x - y) \cdot \left(x^2 + x \cdot y + y^2\right).$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj | x | koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi | x | = x.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je $|x| = -x$.

$$\frac{\sqrt{a^2-6\cdot a+9}}{3-a}+\frac{a^3-8}{\left(a^2+2\cdot a+4\right)\cdot\sqrt{a^2-4\cdot a+4}}=\frac{\sqrt{(a-3)^2}}{3-a}+\frac{(a-2)\cdot\left(a^2+2\cdot a+4\right)}{\left(a^2+2\cdot a+4\right)\cdot\sqrt{(a-2)^2}}=$$

$$=\frac{|a-3|}{3-a}+\frac{(a-2)\cdot\left(a^2+2\cdot a+4\right)}{\left(a^2+2\cdot a+4\right)\cdot|a-2|}=\frac{|a-3|}{3-a}+\frac{a-2}{|a-2|}.$$

Iz a – 3 = 0 nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

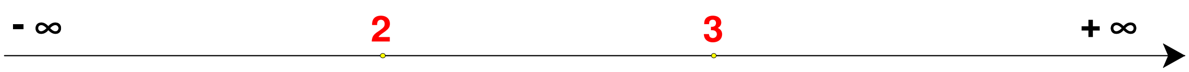
$$a-3=0 \Rightarrow a=3 \text{ KT}.$$

Iz a – 2 = 0 nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$a-2=0 \Rightarrow a=2 \text{ KT}.$$

Karakteristične točke a = 2, a = 3 dijele brojevni pravac na tri dijela:

$$a<2 \quad , \quad 2<a<3 \quad , \quad a\ge 3.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za a < 2 izrazi a – 3 i a – 2 su negativni pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a}+\frac{a-2}{|a-2|}=\frac{-(a-3)}{3-a}+\frac{a-2}{-(a-2)}=\frac{-a+3}{3-a}+\frac{a-2}{-(a-2)}=\frac{3-a}{3-a}+\frac{a-2}{-(a-2)}=1-1=0.$$

Drugi slučaj

Za 2 < x < 3 izraz a – 3 je negativan, a izraz a – 2 je pozitivan pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a}+\frac{a-2}{|a-2|}=\frac{-(a-3)}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=\frac{-a+3}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=\frac{3-a}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=1+1=2.$$

Treći slučaj

Za a ≥ 3 izrazi a – 3 i a – 2 su pozitivni pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a}+\frac{a-2}{|a-2|}=\frac{a-3}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=\frac{-(3-a)}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=\frac{-(3-a)}{3-a}+\frac{a-2}{a-2}=-1+1=0.$$

Vježba 037

Pojednostavni izraz: $\dfrac{\sqrt{a^2-10\cdot a+25}}{5-a}$.

Rezultat: $\begin{cases} 1 \ , \ a<5 \\ -1 \ , \ a>5. \end{cases}$

Zadatak 038 (Deny, maturant gimnazije)

Riješi jednadžbu: $\sqrt{x^2-2\cdot x+1}-\sqrt{x^2-8\cdot x+16}=1.$

Rješenje 038

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2}=|a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} - \sqrt{x^2 - 8 \cdot x + 16} = 1 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(x-4)^2} = 1 \Rightarrow |x-1| - |x-4| = 1.$$

Iz $x - 1 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

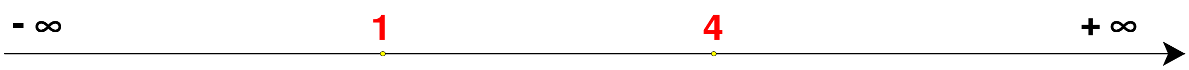
$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ KT}.$$

Iz $x - 4 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ KT}.$$

Karakteristične točke $x = 1$, $x = 4$ dijele brojevni pravac na tri dijela:

$$x \leq 1 \quad , \quad 1 \leq x \leq 4 \quad , \quad x \geq 4.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za $x \leq 1$ izrazi $x - 1$ i $x - 4$ su negativni pa vrijedi:

$$|x-1| = -(x-1) = -x+1 \quad , \quad |x-4| = -(x-4) = -x+4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow -x+1-(-x+4) = 1 \Rightarrow -x+1+x-4 = 1 \Rightarrow -x+1+x-4 = 1 \Rightarrow -3 = 1 \text{ nema rješenja}.$$

Drugi slučaj

Za $1 \leq x \leq 4$ izraz $x - 1$ je pozitivan, a izraz $x - 4$ je negativan pa vrijedi:

$$|x-1| = x-1 \quad , \quad |x-4| = -(x-4) = -x+4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow x-1-(-x+4) = 1 \Rightarrow x-1+x-4 = 1 \Rightarrow x+x = 1+1+4 \Rightarrow 2 \cdot x = 6 \; /:2 \Rightarrow x = 3 \text{ je rješenje}.$$

Treći slučaj

Za $x \geq 4$ izrazi $x - 1$ i $x - 4$ su pozitivni pa vrijedi:

$$|x-1| = x-1 \quad , \quad |x-4| = x-4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow x-1-(x-4) = 1 \Rightarrow x-1-x+4 = 1 \Rightarrow x-1-x+4 = 1 \Rightarrow 3 = 1 \text{ nema rješenja}.$$

Vježba 038

Riješi jednadžbu: $\sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} = 1.$

Rezultat: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

Zadatak 039 (Marina, Željka, Marija, Luka, Vesna, Martina, TUPŠ)

Koliko je: $\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4}$ za $x \leq 2$?

Rješenje 039

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x \ge 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je $|x| = -x$.

$$\sqrt{x^2-4\cdot x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|.$$

Za x ≤ 2 izraz x – 2 je negativan pa vrijedi:

$$\sqrt{x^2-4\cdot x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|=-(x-2)=-x+2=2-x.$$

Vježba 039

Koliko je: $\sqrt{x^2-4\cdot x+4}$ za $x \ge 2$?

Rezultat: x – 2.

Zadatak 040 (Marina, Željka, Marija, Luka, Vesna, Martina, TUPŠ)

Izračunaj: $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}+\sqrt{\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)^2}$.

Rješenje 040

Ponovimo!

$$\sqrt{a^2}=|a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x \ge 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, x ≥ 0, vrijedi $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, x < 0, je $|x| = -x$.

Budući da su izrazi $1-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-2$ i $2\cdot\sqrt{2}-3$ negativni, slijedi:

$$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\right)^2}+\sqrt{\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)^2}=\Big|\underbrace{1-\sqrt{2}}_{-}\Big|-\Big|\underbrace{\sqrt{2}-2}_{-}\Big|+\Big|\underbrace{2\cdot\sqrt{2}-3}_{-}\Big|=$$

$$=-\left(1-\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{2}-2\right)-\left(2\cdot\sqrt{2}-3\right)=-1+\sqrt{2}+\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}+3=-1+\sqrt{2}+\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}+3=0.$$

Vježba 040

Izračunaj: $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$.

Rezultat: 0.